

Versuch 006

Beobachten und Messen mit dem Mikroskop

Aufgaben

1. Bestimmen des Abbildungsmaßstabes der vorhandenen Objektive mit Hilfe eines Messschraubenokulars. Vergleich mit den Herstellerangaben.
2. Bestimmung der Vergrößerung mit Hilfe des Abbeschen Zeichenapparates für das stärkste Objektiv.
3. Vermessen der Struktur eines Testobjektes (eigenes Haar).

Grundlagen

Einsatz von Sammellinsen

Sammellinsen sind, entgegen mancher Erwartung, recht vielseitige Instrumente. Man kann sie einerseits „Lichtbündler“ einsetzen, in dem man den Gegenstand außerhalb der Brennweite durch die Linse in einem reellen Bild einfangen kann, oder man benutzt sie als Lupe, in dem man einen Gegenstand innerhalb ihrer Brennweite betrachtet. Die Wahl der Gegenstandsweite entscheidet also über die Funktion der Linse.

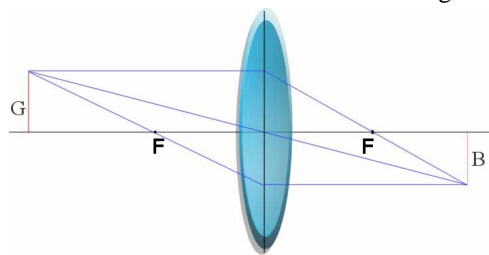


ABB. I.1.A: Die Sammellinse mit reellen...

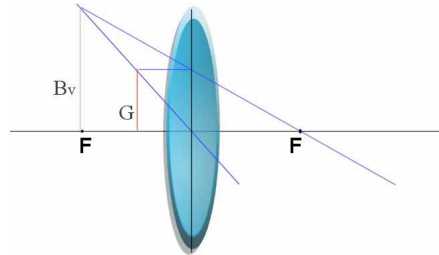


ABB. I.1.B: ...und als Lupe mit virtuellen Bild B_v ..

Der Sehwinkel

Um die Funktion einer Sammellinse als Lupe zu beschreiben, führt man den Sehwinkel ein. Der Sehwinkel ε ist der Winkel, den der Fuß- und der Spitzenstrahl eines beobachteten Gegenstandes vor unserem Auge aufschlägt.

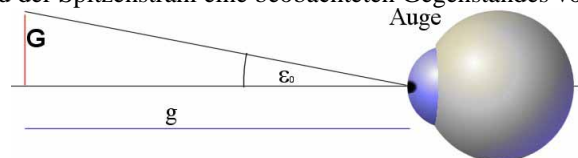


ABB. I.2: Graphische Darstellung des Sehwinkels.

Es gilt

$$\tan \varepsilon = \frac{G}{g}$$

selbst wenn der Fußstrahl nicht in der optischen Achse liegt und das Objekt hinreichend weit entfernt ist.

Vergrößerung

Bringt man das Auge näher als den Brennpunkt der Linse an diese heran, vergrößert sich durch die Brechung in der Linse der Sehwinkel. Dadurch erscheint der Gegenstand anstatt in dem Winkel ε_0 , wie er es eigentlich tun sollte, im neuen Winkel ε_1 . Der Beobachter sieht ein virtuelles Bild, welches in der angenommenen Entfernung $g_d = 25 \text{ cm}$ B' groß ist.

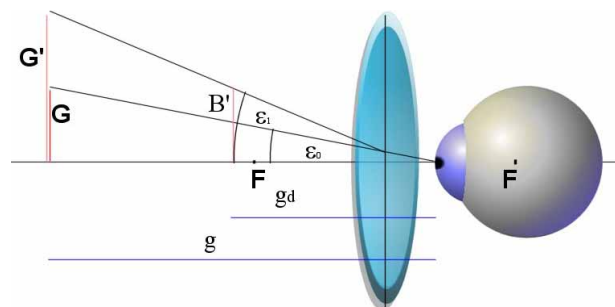


ABB. I.3: Ein Blick durch die Lupe genügt- der ε - Winkel vergrößert sich und wir erblicken ein virtuelles Bild.

Versuchsprotokolle

In dieser Bezugsentfernung, der sogenannten deutlichen Sehweite g_d , erscheint das virtuelle Bild in der Größe $B' = G_d'$ und das Objekt wäre unter Anwendung der Strahlensätze in der gleichen Weite G_d groß. So kann man einen Vergrößerungsfaktor der beiden virtuellen Bilder definieren als:

$$V := \frac{G_d'}{G_d} = \frac{\tan \varepsilon_1}{\tan \varepsilon_0}$$

Abbildungsmaßstab

Während Lupen rein virtuelle Bilder erzeugen, die nicht mit einem Schirm nachweisbar sind, kann für die als Objektiv genutzte Linse ein Abbildungsmaßstab M recht einfach bestimmt werden:

$$M := \frac{B}{G}$$

Nun ist es wenig sinnvoll, eine Lupe bzw. ein Objektiv allein als optisches Gerät zu verwenden. Also werden sie kombiniert, zum Beispiel zu einem

Mikroskop.

Bei einem Mikroskop wird von einem Objekt durch das Objektiv ein reelles Zwischenbild erzeugt, welches dann von dem Okular vergrößert wird und als virtuelles Bild zur Betrachtung frei steht.

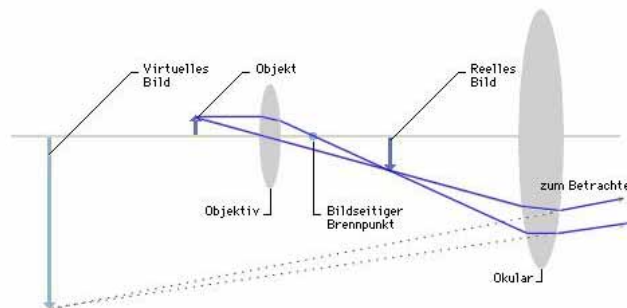


ABB. I.3: Schematischer Aufbau eines Mikroskops durch Kombination einer Linse mit Sammelfunktion und einer mit Lupenfunktion. © MS Encarta 2000

Aus der Skizze und der bekannten Funktionsweise des Mikroskops folgt leicht ersichtlich die Vergrößerungsgleichung des Mikroskops:

$$V_M = M_{Obj} \cdot V_{Oku}$$

Versuchsdurchführung

Versuchsteil I: Bestimmen des Mikroskopmikrometers

Versuchsobjekt:

Mikroskop mit 40x Objektiv, Messschraubenokular, Mikroskopmikrometer

Zu erwartendes Ergebnis:

Maßeinheitenintervall am Mikroskopmikrometer: $i_{MM} = 10 \mu\text{m}$

Versuchsablauf:

- Justieren der Messlatte auf den ersten Strich im Fadenkreuz des Messschraubenokulars
- Bestimmen der Auslenkung des Objektes am Objektisch (Differenzmessung über alle 100 Einheitsstriche)

Mögliche systematische Fehler:

Eine nicht exakte Skalierung der Objektischmesslatte (z.B. durch Längenausdehnung hervorgerufen) könnte zu verfälschten Messwerten führen.

Fehlerrechnung:

$$\Delta i_{OM} = \pm 0,05 \text{ mm}$$

$$\Delta i_{MM} = \frac{2 \cdot \Delta i_{OM}}{100} = \pm 1 \mu\text{m}$$

Versuchsprotokolle

Versuchsteil II: Bestimmen der Objektive

Versuchsobjekt:

Mikroskop, Messschraubenokular, Mikroskopmikrometer

Zu erwartendes Ergebnis:

Zu bestätigen sind die Herstellerangaben.

Versuchsablauf:

- Justieren der Messlatte auf den ersten Strich
- Differenzmessung via Messschraubenokular über einer am MM abgelesenen Strecke

Mögliche systematische Fehler:

Eine nicht exakte Tubuslänge t (hervorgerufen durch Veränderungen am Mikroskop bzw. durch den Okularwechsel hervorgerufen) führt zu einer Veränderung der Länge des Gesamtstrahlengangs einhergehend mit der Veränderung des Abbildungsmaßstabes M_{Obj} (und so auch der Gesamtvergrößerung V_M).

Fehlerrechnung:

$$\Delta M = \frac{dM}{ds_{Ab}} \cdot \Delta s_{Abbild} = \frac{\Delta s_{Abb}}{s_{Urb}}$$

Versuchsteil III: Messen am Abbeschen Zeichenapparat

Versuchsobjekt:

Mikroskop, Abbescher Zeichenapparat, Mikroskopmikrometer

Zu erwartendes Ergebnis:

Zu bestätigen die Herstellerangabe des größten Objektivs, ergo $M_{Obj}=40$.

Versuchsablauf:

- Justieren der Messplatte mit der Abbildung des Mikroskopmikrometers
- Ablesen von korrespondierenden Längenangaben des MM und der Messplatte

Mögliche systematische Fehler:

Zu der unter Versuchsteil II erläuterten Möglichkeit kommt hinzu, dass der Abstand Auge- Messlatte nicht exakt in der deutlichen Sehweite g_d liegen könnte, und so die Vergrößerung des Zeichenapparates beeinflusst.

Fehlerrechnung:

$$\Delta M = \Delta V_{Mik} = \frac{dV}{ds_{Abb}} \cdot \Delta s_{Abb} = \frac{\Delta s_{Abb}}{s_{Urb}}$$

Versuchsteil IV: Vermessen eines Gegenstandes

Versuchsobjekt:

Mikroskop, Messschraubenokular, Mikroskopmikrometer, Probe: Haar

Versuchsablauf:

- Einsetzen des Objektträgers mit dem Haar
- Differenzmessung der Haarbreite mit dem Messschraubenokular

Mögliche systematische Fehler:

→ siehe Versuchsteil II

Fehlerrechnung:

$$\Delta s_{Urb} = \frac{ds_{Urb}}{ds_{Abb}} \cdot \Delta s_{Abb} = \frac{\Delta s_{Abb}}{M_{Obj}}$$

Versuchsprotokolle

Messwerte

Versuchsteil I: Bestimmen des Mikroskopmikrometers

s_1 in mm	s_2 in mm	Δs in mm
88,3	87,3	0,1

Versuchsteil II: Bestimmen der Objektive

	Objektiv 1			Objektiv 2			Objektiv 3		
s_{Abb} in mm	7,96	6,28	6,68	7,95	4,25	5,23	3,76	1,95	3,795
s_{Urb} in μm	190	150	160	760	400	500	1000	500	1000

Versuchsteil III: Messen am Abbeschen Zeichenapparat

s_{Abb} in mm	s_{Urb} in μm
36	50
35	50
56,5	80
56	80
50	70

Versuchsteil IV: Vermessen eines Gegenstandes

	s_{Abb} in mm	M
Ralfs Haar:	2,98	40
Tilmans Haar:	1,26	40

Auswertung

Versuchsteil I: Bestimmen des Mikroskopmikrometers

$$i_{MM} = \frac{s_1 - s_2}{100} = \frac{1}{100} \text{ mm} = 10 \mu\text{m}$$

$$\Delta i_{MM} = \pm \frac{2 \cdot 0,05 \text{ mm}}{100} = \pm 1 \mu\text{m}$$

Versuchsteil II: Bestimmen der Objektive

$$M = \frac{s_{Abb}}{s_{Urb}}$$

$$\Delta M = \pm \frac{\Delta s_{Abb}}{s_{Urb}} + \frac{s_{Abb} \cdot \Delta s_{Urb}}{s_{Urb}^2}$$

Versuchsteil III: Messen am Abbeschen Zeichenapparat

$$V_M = \frac{s_{Abb}}{s_{Urb}}$$

$$\Delta V_M = \pm \frac{\Delta s_{Abb}}{s_{Urb} \cdot V_{Oku}}$$

Versuchsprotokolle

Versuchsteil IV: Vermessen eines Gegenstandes

$$s_{Urb} = \frac{s_{Abb}}{M}$$

$$\Delta s_{Urb} = \pm \frac{\Delta s_{Abb}}{M}$$

Ergebnisse

Versuchsteil I: Bestimmen des Mikroskopmikrometers

$$i_{MM} = 10 \mu m \pm 1 \mu m$$

Versuchsteil II: Bestimmen der Objektive

	Objektiv 1			Objektiv 2			Objektiv 3		
s_{Abb} in mm	7,96	6,28	6,68	7,95	4,25	5,23	3,76	1,95	3,795
s_{Urb} in μm	190	150	160	760	400	500	1000	500	1000
Δs_{Abb} in μm	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Δs_{Urb} in μm	0	0	0	1	1	1	5	5	5
(Hersteller)	40			10			3,2		
M	41,89 $\pm 0,11$	41,87 $\pm 0,13$	41,75 $\pm 0,13$	10,46 $\pm 0,03$	10,63 $\pm 0,05$	10,46 $\pm 0,04$	3,76 $\pm 0,02$	3,9 $\pm 0,04$	3,8 $\pm 0,02$

Versuchsteil III: Messen am Abbeschen Zeichenapparat

s_{Abb} in mm	s_{Urb} in μm	Δs_{Abb} in mm	V_M
36	50	4	720 ± 80
35	50	4	700 ± 80
56,5	80	4	$706,25 \pm 50$
56	80	4	700 ± 50
50	70	4	$714,29 \pm 57,14$

Herstellerangabe:

$$V_M = M_{Obj} \cdot V_{Okul} = 40 \cdot 16 = 640$$

Versuchsteil IV: Vermessen eines Gegenstandes

	s_{Abb} in mm	Δs_{Abb} in mm	s_{Urb} in μm	s_{Urb}^* in μm
Ralfs Haar	2,98	0,01	$74,5 \pm 0,25$	$71,2 \pm 0,24$
Tilmans Haar	1,26	0,01	$31,5 \pm 0,25$	$30,1 \pm 0,24$

s_{Urb}^* ist der Wert, errechnet mit dem Ergebnis aus Versuchsteil II (Durchschnitt aller M_{Obj}).

Diskussion

Mit unseren Messungen konnten wir die Herstellerangaben nur annähernd erreichen. Obwohl eine andere Größtfehlerabschätzung unter Versuchsteil II nicht vertretbar wäre, liegen die erwarteten Angaben nicht im ermittelten Intervall, sondern alle liegen „darunter“.

Grund dafür könnte ein systematischer Fehler sein, wie er in der Vorbetrachtung erörtert wurde. Der Okularwechsel könnte maximal eine Tubusänderung $\Delta t = \pm 0,5$ mm mit sich führen.

Da die Mikroskope zusätzlich noch modifiziert worden sein sollen (Umbau von einem Monookular zu einem Stereomikroskop), ist es sehr wahrscheinlich, dass die Tubuslänge ebenfalls verändert worden ist. Die Auswirkungen auf den Abbildungsmaß sind so folgender Maßen:

$$\text{wissen: } \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}; M := \frac{B}{G}; \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{g+x} + \frac{1}{b+\Delta t}; M' := \frac{B'}{G} = \frac{b+\Delta t}{g+x}$$

$$M' = (b+\Delta t) \cdot \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{b+\Delta t} \right) = \underline{\underline{M + \Delta t \frac{1}{f}}}$$

Versuchsprotokolle

Eine Bestätigung dieser Fehlerquelle wäre allerdings erst möglich, wenn die Brennweite der Objektiv bekannt wären (z.B. durch eine experimentelle Bestimmung Objektiv durch Autokollimation).

Im Versuchsteil III tritt das selbe Problem auf, nur hier ist es möglich auf Grund der großen Parallaxenfehler eine größeren Messfehler abzuschätzen. Die Korrektur auf dieses Problem lautet:

$$V_M := M_{Obj} \cdot V_{Oku}$$
$$\underline{\underline{V_M' = \left(M + \Delta t \frac{1}{f_{Obj}} \right) \cdot V_{Oku}}}$$

Sollte sich ferner herausstellen, dass der Fehler tatsächlich aus einem „überlangen“ Tubus resultiert, so ist im Versuchsteil IV das Ergebnis s_{Urb}^* der genauere Wert gegenüber dem Standardwert s_{Urb} , dessen Berechnungsgrundlage ja bekanntlich auf den Herstellerangaben beruht.

Versuchsteil I ist von der gesamten Problematik nicht betroffen, da die Messung direkt am Objekt erfolgte (Skala am Objektivtisch fest mit Mikroskopmikrometer verbunden). Der Werte in I entspricht genau den vom Assistenten vorgegebenen Wert.

Die abgezeichneten Werte sind im Anhang zu finden.

Jena, 08.12.01