

Versuch 004

## Das Elektronenstrahloszilloskop

### Aufgaben

1. Graphische Darstellung einer Wechselspannung (zwei unterschiedliche Ablenkspannungen) nach dem Abbild am Oszilloskop. Bestimmung der Frequenz, Amplitude und des Effektivwertes.
2. Bestimmen einer Frequenz aus Lissajous Figuren.
3. Messen der Phasenverschiebung eines RC- Tiefpasses.
4. (Bonusaufgabe:) Untersuchen von Amplitude und Phase an Hoch und Tiefpass in Abhängigkeit von der Frequenz.

### Grundlagen

#### Wechselspannung

##### Idealisierte Wechselspannung

Als Wechselspannung bezeichnet man jegliche Spannung, welche sich periodisch ändert. In der Praxis engt man den Begriff weiter ein, in dem man eine harmonische Schwingung der Spannung der Form

$$U = U_0 \cdot \sin \omega t$$

damit bezeichnet. Glücklicher Weise liefern die meisten Generatoren (Wechselspannungsdynamo, z.B.) eine mathematisch derart beschreibbare Spannung.

##### Effektivwerte

Da die meisten elektrischen Geräte zu schwerfällig sind, die schnelle zeitliche Änderung der Spannung respektive des Stromes zu erfassen, stößt man auf die Größe des Effektivwertes der Spannung, bzw. des Stromes. Herleiten kann man das Ganze über die elektrische Arbeit an einem ohmschen Widerstand, die gleich der abgegebenen Wärme ist.

$$W_{el} = W_Q = \int P dt = \int \frac{U^2}{R} dt = \frac{\int U_0^2 \sin^2(\omega t) dt}{R} = \frac{U_0^2}{R} \cdot \left( \frac{t}{2} - \frac{\sin 2\omega t \cdot \cos 2\omega t}{4\omega} \right)$$

Gibt es eine Effektivspannung, so muss diese bei dem gleichen Widerstand die gleiche Wärme erzeugen:

$$W_{el} = W_Q = \frac{U_E^2}{R} \cdot t$$

Eingesetzt für eine gesamte Periode ergibt sich also:

$$\frac{U_E^2}{R} \cdot t = \frac{U_0^2}{R} \cdot \frac{t}{2}$$

$$U_E := \frac{U_0}{\sqrt{2}}, I_E := \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

##### Verhalten von Widerständen in Wechselspannung

In einem Wechselstromkreis ergibt sich auf Grund der Tatsache, dass die Spannung zeitlich pulsiert, und damit auch die Stromstärke sich in gleichen zeitlichen Verhältnissen sich ändert, dass neben dem bekannten ohmschen Widerstand auch noch die Spule (durch ihre Induktivität) und der Kondensator (durch dessen Kapazität) die Spannung abfallen lassen, so dass sich Widerstände ungleich null Ohm (bei der Spule) und unendlich (beim Kondensator) ergeben. Es ergibt sich eine Triologie der Widerstände:

$$R = \frac{U}{I}, X_L = \omega L, X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ mit } \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

##### Verhalten von $I(t)$ zu $U(t)$

Wie man leicht sehen kann, sind  $X_L$  und  $X_C$  von der angelegten Frequenz abhängig. Doch nicht nur ihre Abhängigkeit von der Spannungsfrequenz unterscheidet sie von dem „einfachen Ohmschen“, sie führen gegenüber der Stromstärke eine Phasenverschiebung der darüber abfallenden Spannung ein: Die Spule erzeugt wegen ihrer Selbstinduktion eine Phase  $\varphi = 90^\circ$ , der Kondensator wegen des kontinuierlichen Ladens/ Entladens eine Phase von  $\varphi = -90^\circ$ .

**Versuchsprotokolle**

**Der Hochpass, der Tiefpass**

Dies nutzt man in der Elektrotechnik u.A. aus, um frequenzabhängige Spannungsteiler und Filter zu konstruieren. Man könnte z. B. durch Reihenschaltung eines Kondensators mit einem ohmschen Widerstandes einen solchen Spannungsteiler aufbauen: den RC- Tief- oder Hochpass:

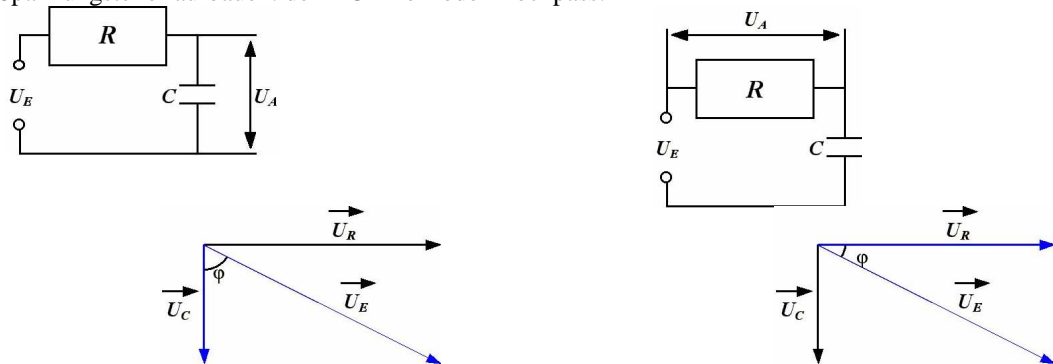


ABB I.1.A & B: Schaltbilder und Phasendiagramme für RC- Tief- und Hochpass

wobei natürlich  $U_R$  mit der Stromstärke gleichgerichtet ist und  $U_C$  einen Phasenwinkel von  $\varphi = -90^\circ$  erzeugt. Damit ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \vec{U}_E &= \vec{U}_R + \vec{U}_C \\ U_{Ex} &= \sin \varphi_{TP} \cdot U_E = U_R = R \cdot I \\ U_{Ey} &= \cos \varphi_{TP} \cdot U_E = U_C = \frac{1}{\omega C} \cdot I \\ \omega C \cdot U_C &= I = \frac{U_R}{R} \\ \tan \varphi_{TP} &= \omega CR \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_E &= \vec{U}_R + \vec{U}_C \\ U_{Ex} &= \cos \varphi_{HP} \cdot U_E = U_R = R \cdot I \\ U_{Ey} &= \sin \varphi_{HP} \cdot U_E = U_C = \frac{1}{\omega C} \cdot I \\ \omega C \cdot U_C &= I = \frac{U_R}{R} \\ \tan \varphi_{HP} &= \frac{1}{\omega CR} \end{aligned}$$

Weiterhin gilt:

$$\begin{aligned} R_{Ges} &= \sqrt{X_C^2 + R^2} = \frac{U_E}{I} \\ U_C &= \frac{1}{\omega C} I = X_C \cdot \frac{U_E}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \\ U_C &= \frac{U_E}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{X_C^2}}} = \frac{U_E}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{Ges} &= \sqrt{X_C^2 + R^2} = \frac{U_E}{I} \\ U_R &= RI = R \cdot \frac{U_E}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \\ U_R &= \frac{U_E}{\sqrt{\frac{X_C^2}{R^2} + 1}} = \frac{U_E}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \end{aligned}$$

**Das Elektronenstrahloszilloskop**

**Aufbau**

Das „Oszi“ besteht aus einer Verstärkereinheit, einer Braunschen Röhre und einem Sägezahnspannungsgenerator mit Trigger. Die eingehenden Spannungen werden entweder auf die x- und y- Ablenkkondensatoren der Röhre gelegt (x-y- Betrieb) oder zeitlich voneinander getrennt auf die y- Ablenkung gelegt, während die automatisch modifizierte Sägezahnspannung den Strahl linear in x- Richtung ablenkt (Dualbetrieb).

**Schaltbild**

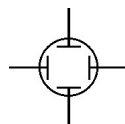


ABB I.2: Darstellung eines Elektronenstrahloszilloskops als Schaltbild.

**Versuchsprotokolle**

**Bildschirmanzeige**

Der Bildschirm ist in 10x8 Kästchen (Divergenzen, div) eingeteilt, welche wiederum zu einem kartesischen Koordinatensystem mit vier gleich großen Quadranten angeordnet sind. Die Maßeinheiten erhält man mit Multiplikation mit dem eingestellten Messbereich (z.B. 0,1 ms pro div). In diesen Zusammenhang folgt, dass der Ablesefehler mit  $\pm 0,1$  div zu beziffern ist.

**Lissajous- Figuren**

**Entstehung**

Legt man statt der internen Sägezahnspannung im Singlestrahlbetrieb an die x- Ausrichtung eine zweite Wechselfspannung, so wird der Strahl zeitlich nicht mehr linear abgelenkt, sondern in Form einer Sinusfunktion. Er ergibt sich also für die Koordinaten der Menge aller am Bildschirm dargestellten Punkte:

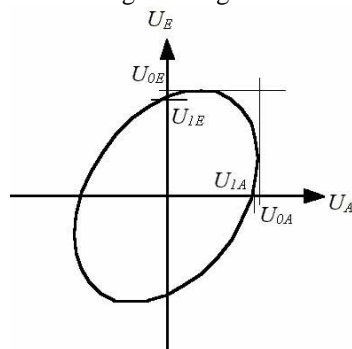
$$(x, y) = (U_{0x} \cdot \sin(\omega_x t), U_{0y} \cdot \sin(\omega_y t \pm \varphi))$$
 wobei  $\varphi$  die Phasenverschiebung bei  $t=0$ s ist.

**Phasenwinkel**

Mittels Lissajous- Figuren kann man ebenso die Phase zwischen zwei anliegenden Spannungen bestimmen, sofern das Bild stabil ist. Dies wiederum ist nur der Fall, wenn beide Frequenzen  $f_x$  und  $f_y$  durch einen rationalen Faktor voneinander abhängen. Für alle  $t = k \cdot T_{xy}$  ( $T_{xy}$  ist kgV von  $T_x$  und  $T_y$ ) gilt:

$$(x, y) = (0, U_{0y} \cdot \sin(|\varphi|)) = (0, U_{1y})$$

Daraus folgt für folgende Nomierung ( $\rightarrow$  siehe: ABB I.2):



$$U_{1E} = U_{0E} \cdot \sin|\varphi|$$

$$\sin|\varphi| = \frac{U_{1E}}{U_{0E}}$$

$$|\varphi| = \arcsin \frac{U_{1E}}{U_{0E}}$$

wobei aber  $\varphi$  nur einen Wert annehmen kann, nämlich den mathematisch korrekt drehenden.

ABB I.2: Phasendiagramm mit Frequenzverhältnis 1:1

**Frequenzmessung**

Ausgehend von der Koordinatendarstellung gelangt weiterhin man zu der Einsicht, dass sich theoretisch nur „stabile“ Figuren ergeben, wenn  $f_y$  ein rationales Vielfaches von  $f_x$  ist. Dabei gibt das Verhältnis der Anzahl der Maxima das Verhältnis der Frequenzen zueinander an.

Natürlich kann man auch die unbekannte Frequenz ein sich ändernden Figur bestimmen, in dem man annimmt, dass die unbekannte ein rationales Vielfaches sei und sich der Phasenwinkel zeitlich ändert. Man kommt dem Problem also mit der Erklärung einer Schwebung gut bei. In der Anwendung bedeutet dies: Man bestimmt die Maxima *und* die Zeit, die vergeht ist, bis sich das gleiche Figurenbild einstellt.

Diese Methode der Messung ist natürlich eingeschränkt durch die Möglichkeiten des Ablesens, d.h. bei vielen Maxima wird ein Ablesen unmöglich.

**Versuchsdurchführung**

**Versuchsteil I: Wechselfspannung am Oszilloskop**

**Versuchsobjekt:**

Elektronenstrahlloszilloskop, Spannungsquelle mit Wechselfspannung

**Schaltungsskizze:**

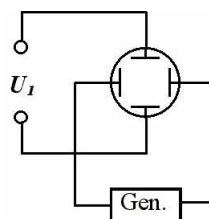


ABB. II.1: Beschaltung des Oszilloskops mit Wechselfspannung

## Versuchsprotokolle

---

**Mögliche systematischen Fehler:**

Messwerte werden durch Verstärker manipuliert und könnten so zu systematischen Fehlern führen.

**Zu erwartendes Ergebnis:**

Spannungs-Zeitdiagramm mit einer Sinuskurve.

**Versuchsablauf:**

- Aufbau der Schaltung
- Ablesen der gesuchten Messwerte ( $f$ ,  $U_0$ , und Skizzieren des Kurvenverlaufes bei min. zwei unterschiedlichen Darstellungen)

**Fehlerrechnung:**

$$\Delta U = 0.1 \text{ div} \cdot \text{Messbereich}$$

$$\Delta U_{\text{eff}} = \frac{\Delta U}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta f = \left| \frac{df}{dt} \right| \cdot \Delta t = \frac{1}{T^2} \cdot \Delta f = f^2 \cdot 0.1 \text{ div} \cdot \text{Messbereich}$$

### Versuchsteil II: Bestimmen einer unbekanntenen Frequenz aus Lissajous- Figuren

**Versuchsobjekt:**

Elektronenstrahlloszilloskop, Spannungsquelle mit unbekannter Wechselspannung ( $f_2$ ,  $U_2$ ), Spannungsquelle mit bekannter Wechselspannung ( $f_1$ ,  $U_1$ ). Die Referenzfrequenz  $f_1$  ist die aus Teilversuch I.

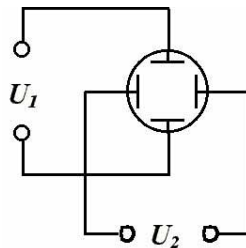
**Schaltungsskizze:**

ABB. II.2: Zwei schwingende Spannungen mit unterschiedlichen Frequenzen überlagern sich ungestört im Oszilloskop.

**Mögliche systematischen Fehler:**

Ungenauere Frequenzlieferung in  $U_1$  führt zu einer ungenauen Angabe der bekannten Frequenz (siehe Fehlerrechnung).

**Zu erwartendes Ergebnis:**

Stabile Lissajousfiguren, aus denen wir die unbekanntene Frequenz der Spannung  $U_2$  ermitteln können.

**Versuchsablauf:**

- Aufbau der Schaltung
- Justieren von  $f_2$ , so dass das Bild stabil wird
- Ablesen und Skizzieren der Kurvenverläufe.

**Fehlerrechnung:**

$$q \cdot f_2 = p \cdot f_1 \Rightarrow \Delta f_2 = \frac{p}{q} \Delta f_1$$

### Versuchsteil III & IV: Charakterisierung von Tief- und Hochpass

**Versuchsobjekt:**

Elektronenstrahlloszilloskop, Spannungsquelle mit variabler Wechselspannung, RC- Tiefpass, RC- Hochpass

---

**Versuchsprotokolle**

**Schaltungsskizze:**

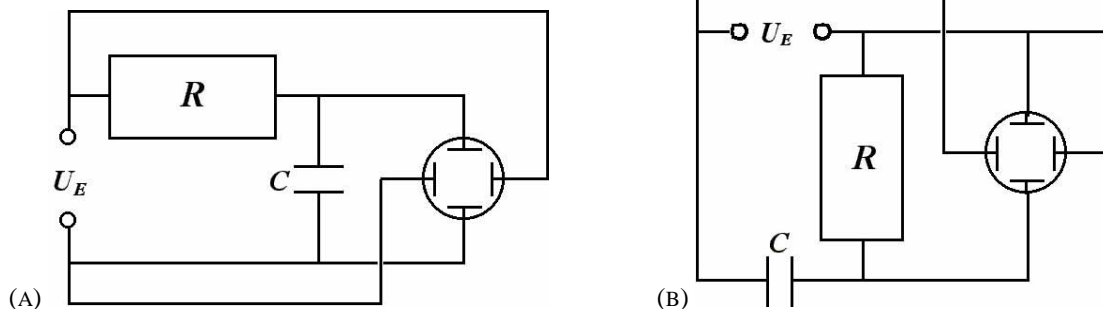


ABB. II.3: (A) Ein RC- Tiefpass, bzw. (B) ein RC Hochpass zur Beobachtung am Oszilloskop

**Mögliche systematischen Fehler:**

Messwerte werden evtl. durch Spannungsverstärkung manipuliert.

**Zu erwartendes Ergebnis:**

Für den Tiefpass:

$$\varphi_{TP} = \arctan(\omega RC)$$

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Für den Hochpass:

$$\varphi_{HP} = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}}$$

**Versuchsablauf:**

- Aufbau der Schaltung
- Ablesen der Verhalten von Phase und Amplitude bei unterschiedlichen Frequenzen im Dualbetrieb
- Ablesen der Achsen und Maximaldifferenzen bei unterschiedlichen Frequenzen der Lissajousfiguren

**Fehlerrechnung:**

$$\Delta \frac{U_A}{U_E} = \frac{\Delta U_A}{U_E} + \frac{U_A \cdot \Delta U_E}{U_E^2} = \frac{U_A + U_E}{U_E^2} \cdot 0.1 \text{div} \cdot \text{Messbereich}$$

$$\Delta \varphi = \left( \left| \frac{d}{dU_1} \arcsin \frac{U_1}{U_0} \right| + \left| \frac{d}{dU_0} \arcsin \frac{U_1}{U_0} \right| \right) \cdot 0.1 \text{div} \cdot \text{Messbereich}$$

$$= \frac{U_1 + U_0}{\sqrt{U_1^2 + U_0^2} \cdot U_0} \cdot 0.1 \text{div} \cdot \text{Messbereich}$$

**Messwerte**

Versuchsteil I: Wechselspannung am Oszilloskop

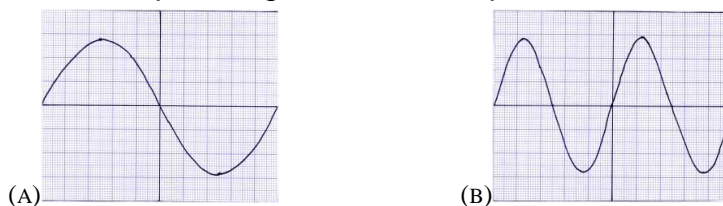


ABB I.1: Die gleiche Spannung (U: y\* 2 V/div) mit unterschiedlichen Ablenkgeschwindigkeiten (A) 0,1 ms/div und (B) 0,2 ms/div an der x- Achse.

Versuchsteil II: Bestimmen einer unbekanntenen Frequenz aus Lissajous- Figuren

Folgende Lissajous- Figuren haben wir bei der Referenzfrequenz aus Versuchsteil I erhalten:

**Versuchsprotokolle**

(Abbildungen im Maßstab 1:2)

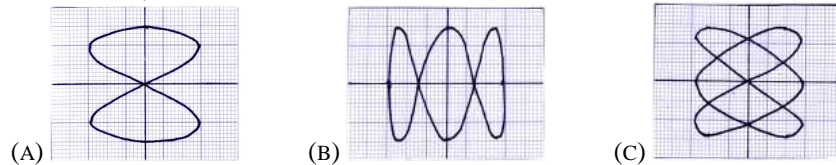


ABB II.2: (A) Lissajousfigur zur ersten, (B) zur zweiten und (C) zur dritten Messung.

**Versuchsteil III & IV: Charakterisierung von Tief- und Hochpass**

**Messwerte für den Tiefpass:**

f in Hz	$U_E$ in div	$U_e$ in div	$U_A$ in div	$U_a$ in div
200	2,8	0,4	2,7	0,4
250	2,8	0,5	2,6	0,5
500	2,7	0,9	2,5	0,9
1000	2,7	1,5	2,2	1,3
2500	2,8	2,3	1,3	1,1
5000	2,7	2,6	0,8	0,7
10000	2,7	2,7	0,4	0,4

**Messwerte für den Hochpass:**

f in Hz	$U_E$ in div	$U_e$ in div	$U_A$ in div	$U_a$ in div
200	2,8	2,7	0,5	0,5
250	2,8	2,7	0,6	0,5
500	2,8	2,6	1	0,9
1000	2,8	2,2	1,6	1,2
2500	2,8	1,4	2,4	1,1
5000	2,8	0,8	2,7	0,6
10000	2,8	0,5	2,7	0,3

**Auswertung**

**Versuchsteil I: Wechselspannung am Oszilloskop**

$$U_0 = 2.8 \text{ div} \cdot 2 \frac{\text{V}}{\text{div}} = 5.6 \text{ V}$$

$$\Delta U_0 = 0.1 \text{ div} \cdot 2 \frac{\text{V}}{\text{div}} = 0.2 \text{ V}$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta U_{\text{eff}} = \left| \frac{dU_{\text{eff}}}{dU_0} \right| \cdot \Delta U_0 = \frac{\Delta U_0}{\sqrt{2}}$$

$$f_1 = \frac{1}{T} = \frac{1}{10 \text{ div} \cdot 0.1 \frac{\text{ms}}{\text{div}}} = 1 \frac{1}{\text{ms}} = 1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$$

$$\Delta f_1 = f^2 \cdot \Delta t = 1 \text{ MHz} \cdot 0.1 \text{ div} \cdot 0.1 \frac{\text{ms}}{\text{div}} = 10 \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{1}{5 \text{ div} \cdot 0.2 \frac{\text{ms}}{\text{div}}} = 1 \text{ kHz}$$

$$\Delta f_2 = f^2 \cdot \Delta t = 1 \text{ MHz} \cdot 0.1 \text{ div} \cdot 0.2 \frac{\text{ms}}{\text{div}} = 20 \text{ Hz}$$

**Versuchsteil II: Bestimmen einer unbekanntenen Frequenz aus Lissajous- Figuren**

Figur (a):

$$1 \cdot f_x = 2 \cdot f_y$$

$$f_x = 2 f_y = 2 \text{ kHz}$$

$$\Delta f_x = 2 \Delta f_y = 0.02 \text{ kHz}$$

Figur (b):

$$3 \cdot f_x = 1 \cdot f_y$$

$$f_x = \frac{1 f_y}{3} = 0.33 \text{ kHz}$$

$$\Delta f_x = 0.003 \text{ kHz}$$

Figur (c):

$$2 \cdot f_x = 3 \cdot f_y$$

$$f_x = \frac{3 f_y}{2} = 1.5 \text{ kHz}$$

$$\Delta f_x = 0.015 \text{ kHz}$$

**Versuchsprotokolle**

Versuchsteil III & IV: Charakterisierung von Tief- und Hochpass

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{U_A}{U_E}$$

$$\Delta \frac{U_A}{U_E} = \frac{\Delta U_A}{U_E} + \frac{U_A}{U_E^2} \Delta U_E = \frac{U_A + U_E}{U_E^2} 0.1 \text{div} \cdot 2 \frac{V}{\text{div}}$$

$$\varphi = \arcsin \frac{U_1}{U_0} = \arcsin \frac{U_e}{U_E}$$

$$\Delta \varphi = \frac{U_1 + U_0}{\sqrt{U_1^2 + U_0^2} \cdot U_0} \cdot 0.1 \text{div} \cdot 2 \frac{V}{\text{div}}$$

**Ergebnisse**

Versuchsteil I: Wechselspannung am Oszilloskop

$$U_0 = 5.6 \text{ V} \pm 0.2 \text{ V}$$

$$U_{\text{eff}} = 3.96 \text{ V} \pm 0.14 \text{ V}$$

$$f = 1 \text{ kHz} \pm 0.01 \text{ kHz}$$

Versuchsteil II: Bestimmen einer unbekanntenen Frequenz aus Lissajous- Figuren

- a)  $f = 2 \text{ kHz} \pm 20 \text{ Hz}$
- b)  $f = 0.33 \text{ kHz} \pm 3 \text{ Hz}$
- c)  $f = 1.5 \text{ kHz} \pm 15 \text{ Hz}$

Versuchsteil III & IV: Charakterisierung von Tief- und Hochpass

(a) Tiefpass:

f in Hz	$U_A/U_E$	$\varphi$
200	$0,96 \pm 0,07$	$-0,15 \pm 0,01$
250	$0,93 \pm 0,07$	$-0,19 \pm 0,02$
500	$0,93 \pm 0,07$	$-0,37 \pm 0,04$
1000	$0,81 \pm 0,07$	$-0,63 \pm 0,11$
2500	$0,46 \pm 0,05$	$-1,01 \pm 0,45$
5000	$0,30 \pm 0,05$	$-1,07 \pm 0,85$
10000	$0,15 \pm 0,04$	$-1,57 \pm ?$

(b) Hochpass:

f in Hz	$U_A/U_E$	$\varphi$
200	$0,18 \pm 0,04$	$1,57 \pm ?$
250	$0,21 \pm 0,04$	$0,99 \pm 0,92$
500	$0,36 \pm 0,05$	$0,85 \pm 0,78$
1000	$0,57 \pm 0,06$	$0,48 \pm 0,24$
2500	$0,86 \pm 0,07$	$0,22 \pm 0,06$
5000	$0,96 \pm 0,07$	$0,22 \pm 0,02$
10000	$0,96 \pm 0,07$	$0,11 \pm 0,01$

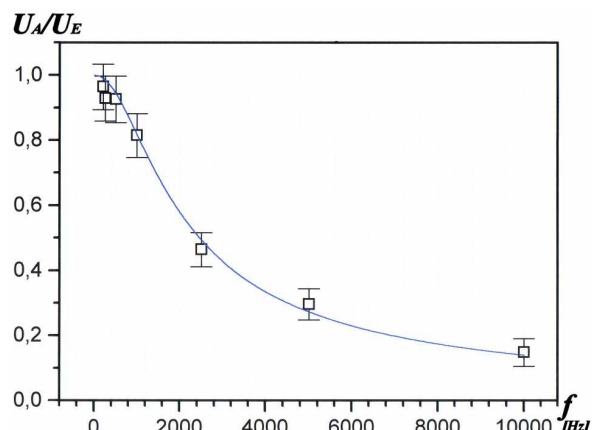
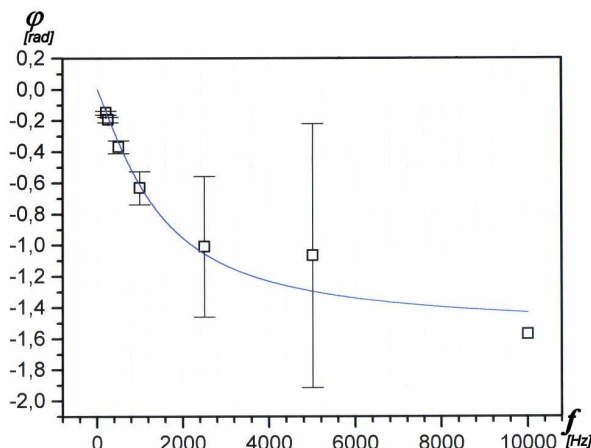


ABB III.1: Diagramme zur Abhängigkeit von Phasenwinkel und Spannungsverhältnis von der Frequenz beim Tiefpass. Der theoretische Kurvenverlauf ist blau unter die Messergebnisse gelegt.

## Versuchsprotokolle

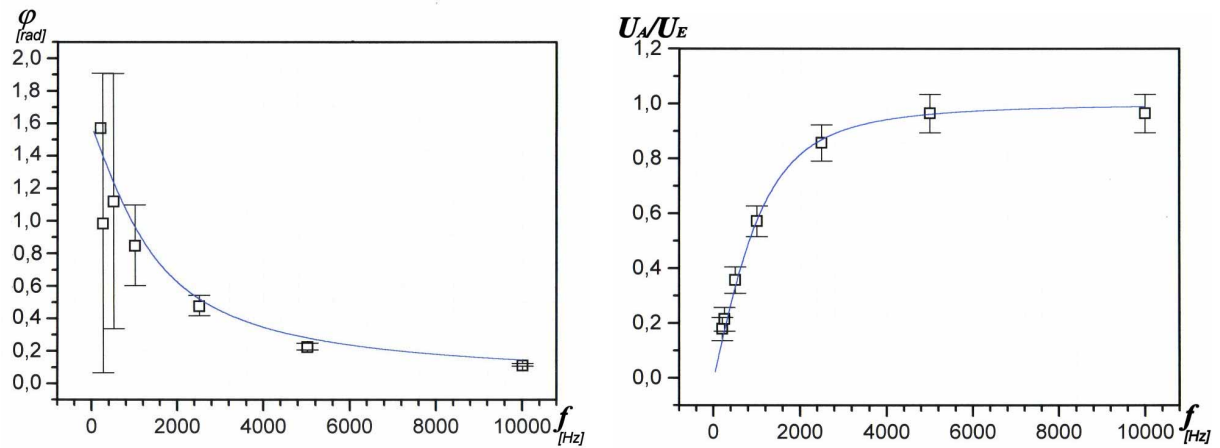


ABB. III.2: Diagramme zur Abhängigkeit von Phasenwinkel und Spannungsverhältnis von der Frequenz am Hochpass. Blau eingelegt ist der theoretische Kurvenverlauf.

### Diskussion

In dem konnten wir alle theoretischen Voraussagen in guter Näherung bestätigen. Der Phasenwinkel am Hochpass wäre einer Nachbetrachtung im Experiment wert, da die Voraussagen nicht mehr innerhalb der selbst gesteckten Toleranzen sich befindet.

Das Experiment verlief ohne Komplikationen, die abgezeichneten Messwerte sind im Anhang zu finden.

Jena, 25.11.2001